

# Tabela Hash

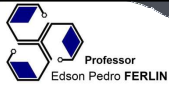
*Prof. Edson Pedro Ferlin*

## AULA 5 - TABELA HASH

# Tabelas Hash

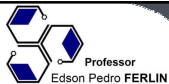
Conceitos • Função Hash • Tratamento de Colisões





## Problemática

- E se quisermos uma estrutura de dados que nos possibilite encontrar valores rapidamente?
- Exemplos:
  - Buscar usuário pelo e-mail
  - Buscar produto pelo código
  - Buscar CEP
  - Buscar palavra em um dicionário



## Existe uma solução?

- As estruturas de dados que estudamos até então somente levam em conta o valor relativo de um elemento em relação aos demais;
- Precisamos de uma solução que possibilite acessar o valor de uma determinada pergunta sem precisar verificar os demais valores;
- A solução é o uso de uma Tabela Hash.

## Como localizar uma informação rapidamente?

Imagine encontrar o CPF de um cliente entre **10 milhões de registros**.

Busca Sequencial  $O(n)$

Busca Binária  $O(\log n)$

Árvore Binária de Busca  $O(\log n)$

**Tabela Hash**  $O(1)$  média

?

Pergunta para discussão

Qual estrutura proporciona o acesso mais rápido a um registro?

## Aplicação das Tabelas Hash

1

Bancos de dados

2

Cache de navegadores

3

DNS — nomes de domínio

4

Compiladores (símbolos)

5

Dicionários (dict) do Python

6

Conjuntos (set)

7

Sistemas de autenticação

8

Indexação e buscas

## O que é uma Tabela Hash?

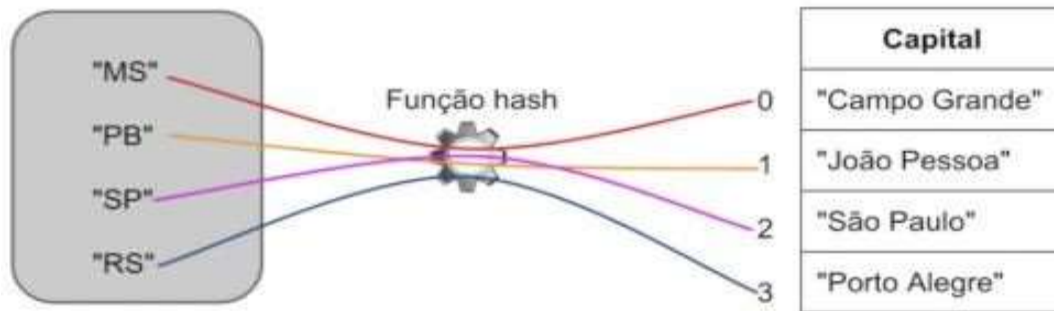
É uma estrutura de dados que armazena pares **chave** → **valor**, usando uma **função hash** para determinar a posição onde cada elemento será armazenado.



## Conceito

- Uma tabela Hash ou tabela de dispersão é uma estrutura de dados que permite transformar uma chave em um endereço na memória por meio da aplicação de uma função de Hash;
- A intenção é atingir diretamente, se possível, o local onde a “resposta” para a “pergunta da chave” se encontra;
- Na realidade, o método aproveita a possibilidade de acesso randômico à memória para alcançar uma complexidade média por operação de  $O(1)$ , sendo o pior caso, entretanto,  $O(n)$ .

## Esquema de Funcionamento



9

Tabela Hash

Prof. Edson Pedro Ferlin

## Estrutura geral



$$h(\text{chave}) \rightarrow \text{posição na tabela}$$

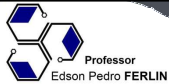
Tabela

|   |   |     |   |      |   |       |   |
|---|---|-----|---|------|---|-------|---|
|   |   | Ana |   | João |   | Maria |   |
| 0 | 1 | 2   | 3 | 4    | 5 | 6     | 7 |

10

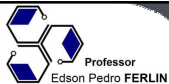
Tabela Hash

Prof. Edson Pedro Ferlin



## Componentes

|                    |                               |
|--------------------|-------------------------------|
| <b>Chave</b>       | Key — identifica o dado       |
| <b>Valor</b>       | Value — o dado armazenado     |
| <b>Função Hash</b> | Converte a chave em índice    |
| <b>Índice</b>      | Posição calculada na tabela   |
| <b>Tabela</b>      | Vetor que guarda os elementos |



## Complexidade das Estruturas de Dados

| Estrutura          | Complexidade de busca            |
|--------------------|----------------------------------|
| Lista              | $O(n)$                           |
| Vetor Ordenado     | $O(\log n)$                      |
| BST Balanceada     | $O(\log n)$                      |
| <b>Tabela Hash</b> | <b><math>O(1)</math> – média</b> |

*A tabela hash oferece acesso praticamente constante, independente do volume de dados.*



# Função Hash

Como transformar uma chave em um índice da tabela

## Conceito de Função Hash

Uma função hash transforma uma chave em um índice válido da tabela.

### Objetivos

**1****Rapidez**

cálculo imediato do índice

**2****Distribuição uniforme**

espalhar as chaves na tabela

**3****Poucas colisões**

evitar chaves no mesmo índice

## Características das Funções Hash

- Produzir um número baixo de colisões
  - Idealmente  $h(x) \neq h(y)$  sempre que  $x \neq y$
- Ser facilmente computável
  - Essa característica garante o desempenho da tabela de hash, ou seja, que o tempo de acesso a seu valor não será alto
- Ser uniforme
  - Idealmente, a função  $h$  deve ser tal que todos os compartimentos possuam a mesma probabilidade de serem escolhidos

## Funções Hash

- Para atender a esses critérios, normalmente são utilizadas funções matemáticas básicas para implementar as funções de Hash
- Uma aparente limitação seria o fato de as chaves de uma tabela hash não precisarem ser numéricas
  - Essa limitação é facilmente sanada, pois a todo dado não numérico corresponde uma representação numérica no computador
- Exemplos comuns de funções Hash
  - Método da Divisão
  - Método da Dobra

## Método da Divisão

- Este método é particularmente fácil e eficiente, sendo por isso muito empregado. A chave  $x$  é dividida pela dimensão da tabela  $m$ , e o resto da divisão é usado como endereço-base. Isto é

$h(x) = h \bmod m$ , resultando em endereços no intervalo  $[0, m - 1]$ .

Assume a table with 8 slots:

Hash key = key % table size

$$4 = 36 \% 8$$

$$2 = 18 \% 8$$

$$0 = 72 \% 8$$

$$3 = 43 \% 8$$

$$6 = 6 \% 8$$

|     |    |
|-----|----|
| [0] | 72 |
| [1] |    |
| [2] | 18 |
| [3] | 43 |
| [4] | 36 |
| [5] |    |
| [6] | 6  |
| [7] |    |

## Método da Dobra

- Suponha a chave como uma sequência de dígitos escritos num pedaço de papel
- O método em questão consiste basicamente em "dobrar" esse papel, de maneira que os dígitos se sobreponham
- Estes devem então ser somados, sem levar em consideração o "vai um"

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 1 | 3 | 4 | 5 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 1 | 3 | 4 | 5 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|

$$8+4=12$$

$$1+3=4$$

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 4 | 2 | 5 | 9 |
|---|---|---|---|

$$4+9=13$$

$$2+5=7$$

|   |   |
|---|---|
| 7 | 3 |
|---|---|

FIGURA 10.4 Método da dobra.

## Exemplo matemático

Considere uma tabela de tamanho 10. Usamos o resto da divisão (módulo):

$$h(\text{chave}) = \text{chave} \bmod 10$$

*O módulo garante que o índice esteja sempre entre 0 e 9.*

## Exemplo: distribuindo as chaves

| Chave | $h(x) = x \bmod 10$ |
|-------|---------------------|
| 23    | 3                   |
| 35    | 5                   |
| 42    | 2                   |
| 58    | 8                   |
| 91    | 1                   |

Tabela resultante

|   |    |    |    |   |    |   |   |    |   |
|---|----|----|----|---|----|---|---|----|---|
|   | 91 | 42 | 23 |   | 35 |   |   | 58 |   |
| 0 | 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6 | 7 | 8  | 9 |

*Cada chave ocupa a posição indicada pela função hash.*

## Exemplo em Python

```
def hash_func(chave, tamanho):
    return chave % tamanho

print(hash_func(23, 10)) # 3
print(hash_func(42, 10)) # 2
print(hash_func(91, 10)) # 1
```

### O operador %

Em Python, % retorna o resto da divisão — exatamente o que a função hash precisa para gerar o índice.

## Atividade - Função Hash

Utilizando  $h(x) = x \bmod 7$ , calcule os índices das chaves abaixo.

**15**

índice = ?

**22**

índice = ?

**31**

índice = ?

**49**

índice = ?

**55**

índice = ?

## Características de uma boa Função Hash



**Simples** — fácil de calcular



**Determinística** — mesma chave → mesmo índice



**Uniforme** — distribui bem as chaves



**Rápida** — sem custo computacional alto



**Poucas colisões** — minimiza conflitos de índice

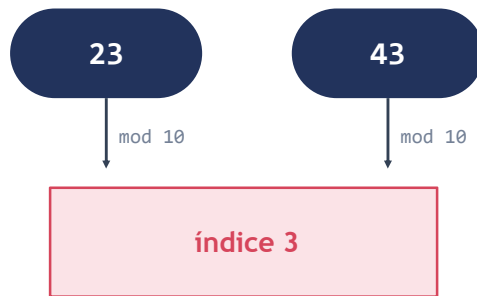


## Colisões

Quando chaves diferentes disputam o mesmo índice

## O que é uma colisão?

Ocorre quando duas chaves diferentes produzem o mesmo índice.



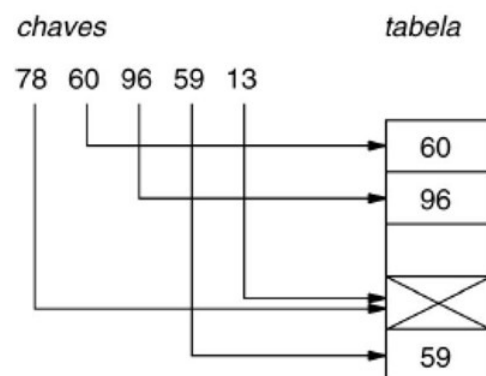
$$23 \bmod 10 = 3$$

$$43 \bmod 10 = 3$$

Mesmo índice para chaves distintas  
→ colisão.

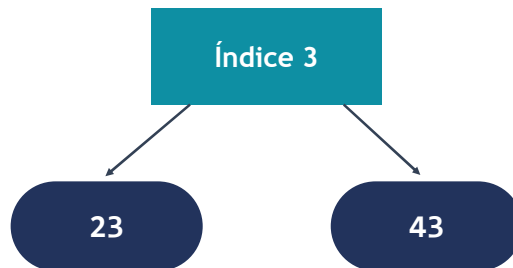
## Exemplo de Colisão

- Uma colisão ocorre quando duas chaves diferentes retornam o mesmo endereço de memória



## O problema das colisões

As duas chaves precisam ocupar o índice 3. Qual delas armazenar?



*A solução: métodos de tratamento de colisões.*

## Como tratar as colisões?

- Existem várias estratégias para tratar colisões;
- Os exemplos mais famosos são:
  - Encadeamento: Cada posição da tabela armazena uma lista
  - Endereçamento aberto: Quando existe uma colisão, o elemento da colisão é posicionado em outra posição na tabela; essa posição é determinada através de outro cálculo
- Mesmo existindo formas de se tratar as colisões, a quantidade de colisões determina a eficiência do algoritmo de acesso aos dados.

## Métodos de tratamento das colisões

Existem dois métodos principais para resolver colisões:

# 1

### Encadeamento Separado

Cada posição guarda uma lista encadeada com todas as chaves daquele índice.

# 2

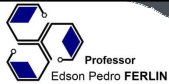
### Endereçamento Aberto

Em caso de colisão, procura-se a próxima posição livre na própria tabela.



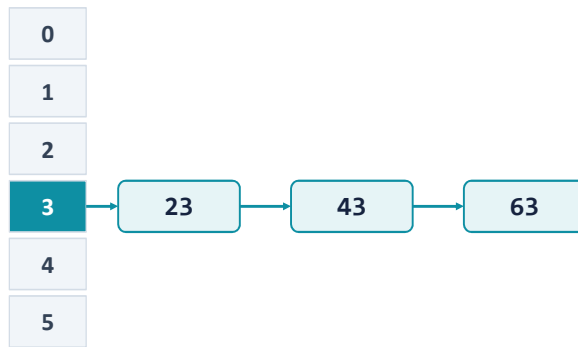
## Encadeamento Separado

Cada posição da tabela contém uma lista encadeada

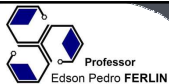


## Como funciona o encadeamento

Cada posição da tabela aponta para uma lista encadeada. Colisões são adicionadas à lista daquele índice.



*As chaves 23, 43 e 63 colidem no índice 3 → todas ficam na mesma lista.*



## Implementação em Python

```

tabela = [[] for _ in range(10)]

def inserir(chave):
    indice = chave % 10
    tabela[indice].append(chave)

def buscar(chave):
    indice = chave % 10
    return chave in tabela[indice]
  
```

### Vantagens

- ✓ Simples de implementar
- ✓ Fácil de entender
- ✓ Muitas colisões não degradam rapidamente



# Endereçamento Aberto

Procura-se outra posição livre na própria tabela

33

Tabela Hash

Prof. Edson Pedro Ferlin

## Sondagem linear

Quando ocorre colisão, avança-se para a próxima posição livre da tabela.

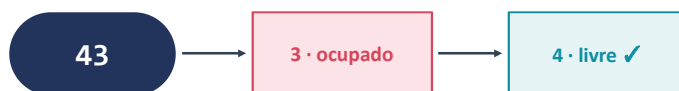


Tabela após inserir 23 e 43

|   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |
|---|---|---|----|----|---|---|---|---|---|
|   |   |   | 23 | 43 |   |   |   |   |   |
| 0 | 1 | 2 | 3  | 4  | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

34

Tabela Hash

Prof. Edson Pedro Ferlin

## Código e comparação

```
tabela = [None] * 10

def inserir(valor):
    indice = valor % 10
    while tabela[indice] is not None:
        indice = (indice + 1) % 10
    tabela[indice] = valor
```

### Encadeamento

índice 3 → 23 → 43 → 63

*uma lista por posição*

### Sondagem linear

3 → 23

4 → 43

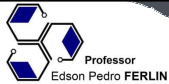
5 → 63

*posições livres na tabela*



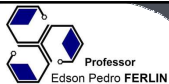
## Dicionários em Python

A tabela hash embutida na linguagem



## Dicionários

- No Python as tabelas hash são implementadas na estrutura de dados nativa dict
- dict usa uma função "hash" como função de hash
- dict utiliza endereçamento aberto para tratar colisões
- Possui uma função de segurança chamada "hashing randomization"
  - Valor de hash(x) se altera entre diferentes execuções do Python para o mesmo x



## Definição

- Um dicionário é uma coleção não ordenada (até o Python 3.6), mutável e indexada por chaves
- Representado por chaves { }
- Usa o formato **chave: valor**

```

pessoa = {
    "nome": "João",
    "idade": 30,
    "profissao": "Engenheiro"
}
print(pessoa)
{'nome': 'João', 'idade': 30, 'profissao': 'Engenheiro'}
```

## Acessando e modificando dados

- Os itens são acessados e modificados com base na sua chave, que não pode ser alterada
- Para adicionar um item, basta utilizar uma chave não existente no dicionário
- Para remover um item podemos utilizar o "del" (obs: Dicionários também possuem o método pop)

```
# Acesso
print(pessoa["nome"])

# Modificação
pessoa["idade"] = 29

# Adição
pessoa["cidade"] = "São Paulo"

# Remoção
del pessoa["profissao"]

print(pessoa)

João
{'nome': 'João', 'idade': 29, 'cidade': 'São Paulo'}
```

## Alguns métodos úteis

- Dicionários possuem muitos métodos
- Alguns deles são:
  - keys(): Retorna as chaves do dicionário
  - values(): Retorna os valores
  - items(): Retorna pares (chave, valor)

```
# Mostrando todas as chaves do dicionário com keys()
print("🔑 Chaves do dicionário:")
print(pessoa.keys())

# Mostrando todos os valores do dicionário com values()
print("\n📋 Valores do dicionário:")
print(pessoa.values())

# Mostrando os pares chave-valor com items()
print("\n🌿 Itens (chave, valor) do dicionário:")
print(pessoa.items())

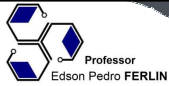
# Percorrendo os itens do dicionário com for
print("\n📁 Percorrendo chave e valor com for:")
for chave, valor in pessoa.items():
    print(f"{chave}: {valor}")
```

```
🔑 Chaves do dicionário:
dict_keys(['nome', 'idade', 'cidade'])

📋 Valores do dicionário:
dict_values(['João', 29, 'São Paulo'])

🌿 Itens (chave, valor) do dicionário:
dict_items([('nome', 'João'), ('idade', 29), ('cidade', 'São Paulo')])

📁 Percorrendo chave e valor com for:
nome: João
idade: 29
cidade: São Paulo
```



## Hash table nativa: dict

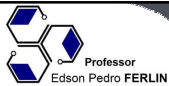
Python implementa tabelas hash por meio do tipo dict (chave → valor).

```
alunos = {
    "Ana": 9.5,
    "Carlos": 8.2,
    "Maria": 10
}
print(alunos["Maria"]) # 10
alunos["Pedro"] = 7.8 # inserção
```

### Acesso direto

A busca e a inserção usam a chave diretamente — sem percorrer a estrutura inteira.

acesso médio  $O(1)$



## Busca e conjuntos (set)

```
if "Ana" in alunos:
    print(alunos["Ana"])
```

Verificar existência de uma chave é imediato.

```
numeros = {10, 20, 30}
print(20 in numeros) # True
```

O tipo **set** também usa tabelas hash internamente — por isso a verificação de pertencimento é tão rápida.



# Complexidade

O custo das operações em uma Tabela Hash

## Complexidade das operações

| Operação | Caso médio | Pior caso |
|----------|------------|-----------|
| Inserção | $O(1)$     | $O(n)$    |
| Busca    | $O(1)$     | $O(n)$    |
| Remoção  | $O(1)$     | $O(n)$    |

*Na média as operações são  $O(1)$ ; o pior caso  $O(n)$  ocorre com muitas colisões concentradas.*

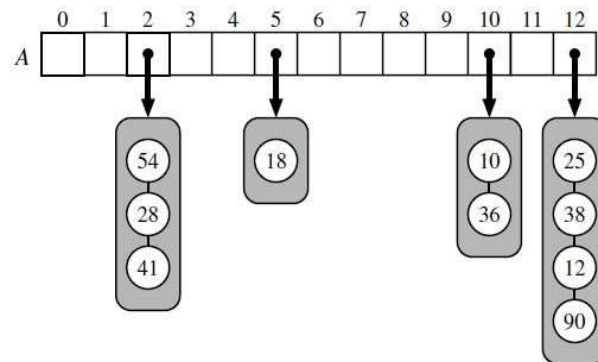
## Comparação entre estruturas

| Estrutura          | Organização          | Busca média              |
|--------------------|----------------------|--------------------------|
| Vetor              | Sequencial           | $O(n)$                   |
| Lista Encadeada    | Sequencial           | $O(n)$                   |
| BST Balanceada     | Hierárquica          | $O(\log n)$              |
| AVL                | Hierárquica          | $O(\log n)$              |
| <b>Tabela Hash</b> | Dispersão por índice | <b><math>O(1)</math></b> |

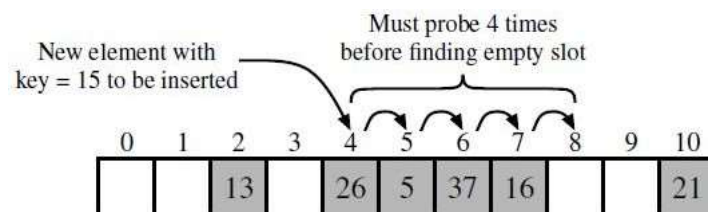
## Exercícios

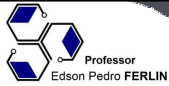


1) Qual método de tratamento de colisões é representado na figura abaixo? Explique.



2) Qual método de tratamento de colisões é representado na figura abaixo? Explique.

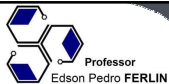




3) Implemente no Python uma tabela de hash utilizando o método da divisão e uma lista de tamanho 10. Obs: Não é necessário realizar o tratamento de colisões.

4) Teste a função hash do Python para os seguintes valores: "Python", 33, 34, 33333333333333333333, "python". Algum dos resultados da função se repetiu? Qual característica da função hash esse resultado exemplifica.

5) Teste dois valores em sua implementação do exercício 3 que vão gerar uma colisão



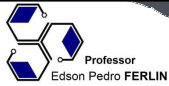
6) Crie um dicionário com os alunos e notas:

```
"Maria": 8.5, "João": 7.0, "Pedro": 6.0
```

a) Adicione "Ana": 6.5.

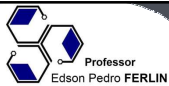
b) Acesse e imprima a nota de "João".

c) Liste todos os alunos e suas respectivas notas.



7) Crie uma agenda telefônica utilizando um dicionário. A agenda deve possuir as seguintes funcionalidades:

- Adicionar contato
- Buscar contato
- Remover contato
- Listar contatos
- Sair



8) Solicite uma palavra ao usuário e conte quantas vezes cada letra aparece. O resultado deve ser salvo em um dicionário.

Exemplo:

Entrada:

"banana"

Saída:

```
{  
    'b': 1,  
    'a': 3,  
    'n': 2  
}
```

1

**Construa a tabela**

Tamanho 10, com  $h(x) = x \bmod 10$ , para: 15, 22, 35, 42, 55, 63, 74.

2

**Implemente em Python**

Funções inserir, buscar e imprimir a tabela.

3

**Desafio**

Refaça usando encadeamento separado e sondagem linear e compare os resultados.

# Problema

Implemente uma classe HashTable em Python com tratamento de colisões.

```
class HashTable:
    def inserir(self, chave, valor): ...
    def buscar(self, chave): ...
    def remover(self, chave): ...
    def imprimir(self): ...
```

**Requisitos**

- Inserção de pares chave–valor
- Busca por chave
- Remoção de elementos
- Colisões por encadeamento separado
- Exibição do conteúdo da tabela

**Desafio extra:** faça uma 2ª versão com endereçamento aberto e compare colisões, tempos e taxa de ocupação.

## Contato



[eferlin@live.com](mailto:eferlin@live.com)



(BLOG) [professorferlin.blogspot.com](http://professorferlin.blogspot.com)

(SITE) [professorferlin.com.br](http://professorferlin.com.br)

(YOUTUBE) [ProfEdsonPedroFerlin](http://ProfEdsonPedroFerlin)